

《计算方法》教学大纲

课程编码: 112706

课程名称: 计算方法

学时/学分: 54/3

先修课程: 《数学分析》、《高等代数》、《数学软件与实验》

适用专业: 数学与应用数学

开课教研室: 应用数学教研室

一、课程性质与任务

1. 课程性质: 本课程是数学与应用数学的专业选修课。

2. 课程任务: 通过本课程的学习, 使学生理解有关数值计算的基本概念和理论, 了解数值计算的基本思想, 掌握常见基本数值计算方法和基本理论, 使学生具备一定的科学计算、分析问题和解决问题的能力, 为后继课程的学习打下坚实的数学基础。

二、课程教学基本要求

掌握插值、函数逼近、数值积分、非线性方程、线性方程组的解等常见数值计算方法和相关理论, 为后继课程学习奠定基础。主要教学环节以课堂讲授为主。

该课程共 54 学时, 其中理论讲授 36 学时, 学生上机 18 学时。

成绩考核形式: 期末成绩 (闭卷考试) (70%) + 平时成绩 (作业、平时测验、课堂讨论等) (30%)。成绩评定采用百分制, 60 分为及格。

三、课程教学内容

第一章 数值分析与科学计算引论

1. 教学基本要求

通过本章的学习使学生了解数值分析的研究对象、主要方法及误差的分类, 掌握有效数字位数的确定以及设计算法过程中应注意的一些事项。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

通过本章学习, 使学生掌握误差、相对误差、有效数字的概念, 掌握避免误差危害的常见方法。

3. 教学重点和难点

教学重点是误差与有效数字的概念及计算, 避免有效数字损失的方法。

教学难点是有效数字概念的理解, 算法的稳定性分析。

4. 教学内容

第一节 数值分析的对象、作用与特点

1. 数学科学与数值分析
2. 计算数学与科学计算
3. 计算方法与计算机

第二节 数值计算的误差

1. 误差来源与分类
2. 误差与有效数字
3. 数值运算的误差估计

第三节 误差定性分析与避免误差危害

1. 算法的数值稳定性
2. 病态问题与条件数
3. 避免误差危害

第四节 数值计算中算法设计的技术

1. 多项式求值的秦九韶算法
2. 迭代法与开方求值
3. 以直代曲与化整为“零”
4. 加权平均的松弛技术

第二章 插值法

1. 教学基本要求

掌握常见插值方法；了解常见插值方法的联系及区别，并能熟练地进行运算。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

掌握 Lagrange 插值多项式的构造与误差的估计；掌握 Newton 插值多项式的构造；掌握两种典型的 Hermite 插值多项式的构造；掌握分段低次插值多项式的构造及特点；掌握三次样条插值多项式的构造及特点。

3. 教学重点和难点

教学重点是 Lagrange 插值多项式、Newton 插值多项式的构造及误差估计；两个典型的 Hermite 插值的构造；分段低次插值的基本原理。

教学难点是 Lagrange 插值的误差估计，三次样条插值多项式的构造。

4. 教学内容

第一节 引言

1. 插值问题的提出
2. 多项式插值

第二节 拉格朗日插值

1. 线性插值与抛物线插值

2. 拉格朗日插值多项式

3. 插值余项与误差估计

第三节 均差与牛顿插值多项式

1. 均差及其性质

2. 牛顿插值多项式

3. 差分形式的牛顿插值公

第四节 埃尔米特插值

两个典型的埃尔米特(Hermite)插值

第五节 分段低次插值

1. 高次插值的病态性质

2. 分段线性插值

3. 分段三次埃尔米特(Hermite)插值

第六节 三次样条插值

1. 三次样条函数

2. 样条插值函数的建立

3. 误差界与收敛性

第三章 函数逼近

1. 教学基本要求

了解函数逼近概念；了解几种常见正交多项式及其性质；会求最佳平方逼近多项式；理解曲线拟合的最小二乘法的原理，掌握其应用。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

理解函数逼近基本概念，掌握最佳平方逼近函数的求法和曲线拟合的方法。

3. 教学重点和难点

教学重点是最佳平方逼近，曲线拟合的最小二乘法。

教学难点是最佳一致逼近。

4. 教学内容

第一节 函数逼近的基本概念

1. 函数逼近与函数空间

2. 范数与赋范线性空间

3. 内积与内积空间

4. 最佳逼近

第二节 正交多项式

1. 正交函数族与正交多项式

2. 勒让德多项式
3. 切比雪夫多项式
4. 其他常用的正交多项式

第三节 最佳平方逼近

1. 最佳平方逼近及其计算
2. 用正交函数族作最佳平方逼近

第四节 曲线拟合的最小二乘法

1. 最小二乘法及其计算
2. 用正交多项式作最小二乘拟合

第四章 数值积分与数值微分

1. 教学基本要求

理解数值积分的基本思想，掌握代数精度的概念；掌握几种常见求积公式，了解理查逊(Richardson)外推技巧并在此基础上导出的 Romberg 算法；理解 Gauss 型求积公式的思想，掌握 Gauss 型求积公式的构造；了解数值微分的基本思想。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

理解数值积分的基本思想；掌握代数精度的概念；掌握牛顿-科特斯公式、辛普森求积公式；掌握数值积分公式构造方法（含 Gauss 型求积公式的构造）。

3. 教学重点和难点

教学重点是求积公式建立的基本思想，Newton-Cotes 求积公式，复合求积公式，Gauss 型求积公式。

教学难点是外推技巧，龙贝格算法，Gauss 型求积公式的构造。

4. 教学内容

第一节 数值积分概论

1. 数值积分的基本思想
2. 代数精度的概念
3. 插值型的求积公式
4. 求积公式的余项
5. 求积公式的收敛性与稳定性

第二节 牛顿-柯特斯公式

1. 柯特斯系数与辛普森公式
2. 偶阶求积公式的代数精度
3. 辛普森公式的余项

第三节 复合求积公式

1. 复合梯形公式
2. 复合辛普森求积公式

第四节 龙贝格求积公式

1. 梯形法的递推化
2. 外推技巧
3. 龙贝格算法

第五节 自适应积分方法

第六节 高斯求积公式

1. Gauss求积公式的概念及其构造
2. Gauss求积公式的余项及其稳定性和收敛性

第七节 数值微分

1. 中点方法与误差分析
2. 插值型的求导公式
3. 三次样条求导

第五章 解线性方程组的直接方法

1. 教学基本要求

掌握 Gauss 消去法的理论;掌握矩阵的三角分解;掌握对称正定矩阵方程组的平方根法;掌握解三对角方程组的追赶法;了解向量、矩阵范数的定义和矩阵条件数;了解选主元素的消去法;了解迭代改善。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

掌握解线性方程组的 Gauss 消去法、矩阵三角分解法(直接三角分解法、平方根法、追赶法)。

3. 教学重点和难点

教学重点是 Gauss 消去法,直接三角分解法,平方根法,追赶法。

教学难点是直接解法的误差分析。

4. 教学内容

第一节 引言与预备知识

1. 引言
2. 向量和矩阵
3. 矩阵的特征值与谱半径
4. 特殊矩阵

第二节 高斯消去法

1. 高斯消去法
2. 矩阵的三角分解
3. 列主元消去法

第三节 矩阵三角分解法

1. 直接三角分解法.
2. 平方根法
3. 追赶法

第四节 向量和矩阵的范数

1. 向量范数
2. 矩阵范数

第五节 误差分析

1. 矩阵的条件数
2. 迭代改善法

第六章 解线性方程组的迭代法

1. 教学基本要求

掌握解线性方程组的迭代法的基本原理；掌握解线性方程组常见迭代方法。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

掌握解线性方程组的迭代法的构造；掌握常用迭代法的收敛条件；掌握 Jacobi 迭代法、Gauss-Seidel 迭代法、超松弛迭代法。

3. 教学重点和难点

教学重点是迭代公式的构造，迭代法的收敛性，Jacobi 迭代方法，Gauss-Seidel 迭代方法，超松弛（SOR）迭代法。

教学难点是代法收敛的条件。

4. 教学内容

第一节 迭代法的基本概念

1. 引言
2. 向量序列与矩阵序列的极限
3. 迭代法及其收敛性

第二节 雅可比迭代法与高斯-塞德尔迭代法

1. 雅可比迭代法
2. 高斯-塞德尔迭代法
3. 雅可比迭代与高斯-塞德尔迭代收敛性

第三节 超松弛迭代法

1. 逐次超松弛迭代法
2. SOR 迭代法的收敛性

第七章 非线性方程的数值解法

1. 教学基本要求

掌握非线性方程常见数值解法，了解常见迭代加速收敛方法。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理

掌握二分法及其思想；掌握不动点迭代法的构造和收敛性条件；掌握迭代法的局部收敛性、收敛阶；掌握 Newton 法的构造及其应用。

3. 教学重点和难点

教学重点是不动点迭代及其收敛性，Newton 法。

教学难点是加速收敛方法。

4. 教学内容

第一节 方程求根与二分法

1. 引言
2. 二分法

第二节 不动点迭代法及其收敛性

1. 不动点与不动点迭代法
2. 不动点的存在性与迭代法的收敛性
3. 局部收敛性与收敛阶

第三节 迭代收敛的加速方法

1. 埃特金加速收敛方法
2. 斯特芬森迭代法

第四节 牛顿法

1. 牛顿法及其收敛性
2. 牛顿法应用举例
3. 简化牛顿法与牛顿下山法
4. 重根情形

第五节 弦截法与抛物线法

1. 弦截法
2. 抛物线法

四、学时分配

1. 讲授内容及学时分配

章序	内容	课时	备注
一	数值分析与科学计算引论	2	
二	插值法	6	
三	函数逼近	6	
四	数值积分与数值微分	6	
五	解线性方程组的直接方法	6	
六	解线性方程组的迭代法	4	
七	非线性方程的数值解法	6	
合计		36	

2. 实践内容及学时分配

序号	项目名称	内容提要	学时	必/选开
1	误差分析	误差与算法的稳定性	3	必开
2	拉格朗日插值法	常见插值法的 MATLAB 程序及应用	3	必开
3	Rung 现象	Rung 现象和分段插值方法	2	选开
4	三次样条插值	三次样条插值的 MATLAB 命令及应用	2	选开
5	函数逼近与曲线拟合	逼近和拟合的 MATLAB 程序（命令）及应用	3	必开
6	数值积分	数值积分的 MATLAB 程序及应用	3	必开
7	解线性方程组的直接方法	直接解方程组的 MATLAB 程序及应用	2	选开
8	解线性方程组的迭代法	解线性方程组的迭代法的 MATLAB 程序及应用	3	必开
9	非线性方程求根	非线性方程求根的 MATLAB 程序及应用	3	必开
合计			18	

说明 选作内容根据学生情况在课外进行，不占总共上机课时。

五、主用教材及参考书

（一）主用教材：

《数值分析》 主编：李庆扬，王能超，易大义 出版社：清华大学出版社 出版时间：2008年。

（二）参考书：

1. 《数值分析基础》主编：关治，陆金甫 出版社：高等教育出版社 出版时间：2010年。

2. 《数值分析及其 MATLAB 实现》主编：任玉杰 出版社：高等教育出版社 出版时间：2007年。

3. 《数值分析简明教程》主编：王能超 出版社：高等教育出版社 出版时间：2003年。

执笔：朱耀生

审定：朱耀生 梁桂珍