

# 《数学分析 I》教学大纲

课程编码：1512100505

课程名称：数学分析 I

学时/学分：80/5

先修课程：

适用专业：信息与计算科学

开课教研室：分析与方程教研室

## 一、课程性质与任务

课程性质：《数学分析 I》是信息与计算科学专业的一门重要的专业基础课程，以一元微分学为基本内容，是学生学习分析学系列课程及其后继课程的重要基础，也是高观点下深入理解中学教学内容的基础。在第 1 学期开设。

课程任务：使学生对于实数集和函数、数列极限、函数极限、连续性、导数和微分等内容思想方法有较深刻的理解和认识；注重理解和掌握极限的思想和方法；正确理解数学分析的基本概念，基本上掌握数学分析的论证方法，具备熟练的演算和严谨的论证能力。掌握一元函数微分学内容，为学习数学分析 II、数学分析 III 及分析学系列课程（复变函数、变实函数、微分方程、泛函分析等）及其后继课程打好基础，并自然地渗透对学生进行逻辑和数学抽象的特殊训练。

## 二、课程教学基本要求

通过本课程的讲授与作业使学生对极限思想有较深刻的认识，基本上掌握通过极限方法研究初等函数性质的技巧。正确理解数学分析的基本概念，熟悉基础理论，基本上掌握数学分析中的论证方法，获得熟练的演算技能，并具备初步的应用能力。

成绩考核形式为考试成绩考核形式：末考试成绩（闭卷考试）（70%）+平时成绩（作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）。成绩评定采用百分制，60 分为及格。

## 三、课程教学内容

### 第一章 实数集与函数

#### 1. 教学基本要求

让学生掌握集合的相关概念；理解实数集的相关性质；掌握反函数、初等函数的相关概念和性质；正确使用量词符合，和简单的逻辑证明。

#### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

掌握无限集、有界集、无界集、邻域的概念。理解实数的连续性、有序性、稠密性、阿基米德性质、实数对四则运算和正实数的开方运算的封闭性。掌握反函数的概念存在的必要条件与充分条件。掌握初等绝对值不等式的证明技巧、能够证明简单函数的有界性、单调性、

奇偶性与周期性、以及函数图象的平移、放缩叠加方法。逐步正确使用量词符号。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是绝对值不等式的解法与证明，函数的各种性态，有界集，确界原理的概念。

教学难点是确界原理的概念和理解。

### 4. 教学内容

#### 第一节 实数

1. 实数及其性质
2. 绝对值不等式

#### 第二节 数集、确界原理

1. 区间与邻域
2. 有界集
3. 确界原理

#### 第三节 函数概念

1. 函数的定义
2. 函数的表示方法
3. 函数的四则运算
4. 反函数
5. 初等函数

#### 第四节 具有某些特性的函数

1. 有界函数
2. 单调函数
3. 奇函数与偶函数
4. 周期函数

## 第二章 数列极限

### 1. 教学基本要求

深刻理解数列极限的概念；掌握数列极限的性质；理解无穷小数列的相关概念；掌握用数列极限的定义证明极限的方法；掌握数列极限存在的条件。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

通过数列极限的教学将学生的认识领域从“有限”扩大到“无限”，逐步熟悉和理解极限方法。深刻理解数列极限的  $\varepsilon$ - $N$  定义，特别是  $\varepsilon$  的“任意”与“给定”的双重意义，以及对  $\varepsilon$  的依赖性，但同时也须明确  $N$  不是  $\varepsilon$  的函数。理解无穷小数列的概念和它与极限间的关系，以及无穷大数列和无界数列的关系。理解子序列的含义。掌握用  $\varepsilon$ - $N$  定义证明有理式与简单无理式的极限。深刻理解单调有界定理，迫敛性定理，子序列定理，逐步掌握

灵活使用这些定理的技巧。正确理解“ $\frac{0}{0}$ ”，“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”等不定型的含义及不确定性。理解数列的“确界”与“极限”的关系。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是数列极限的定义，数列极限的计算，迫敛性定理，单调有界定理，数列极限的柯西收敛准则，用子列刻画数列的收敛性。教学难点是数列极限的柯西收敛准则。

### 4. 教学内容

#### 第一节 数列极限概念

1. 数列极限的  $\varepsilon-N$  定义

#### 第二节 收敛数列的性质

1. 收敛数列的唯一性、有界性、保号性、保不等式性，迫敛性、数列极限的四则运算
2. 子列、收敛子列定理

#### 第三节 数列极限存在的条件

1. 单调有界定理
2. Cauchy 收敛准则

## 第三章 函数极限

### 1. 教学基本要求

理解函数极限的概念，掌握函数极限的性质和存在条件，熟练应用两个重要极限，理解无穷大量和无穷小量。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

深刻理解“ $\varepsilon-M$ ”与“ $\varepsilon-\delta$ ”的定义，基本思想与几何意义，理解  $f$  在  $x_0$  处的极限与  $f$  在  $x_0$  处取值情况的无关性。掌握在“ $\infty$ ”、“ $+\infty$ ”、“ $-\infty$ ”处极限的定义与无穷大极限的定义，并能熟练地使用“ $\varepsilon-X$ ”，“ $M-\delta$ ”等语言表述这些定义以及相应的逻辑非命题。深刻理解有关无穷小量的一系列概念，无穷小量，等价无穷小，同阶无穷小等。深刻理解归结原理的含义，掌握其证明。深刻理解函数极限的柯西收敛准则，掌握其证明。熟练使用两个重要的极限计算某些不定型的极限。对比数列极限的性质，明确函数极限的某些性质的局部性。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是函数极限的定义，性质（唯一性，局部有界性，保号性），归结原则，柯西准则，两个重要极限。教学难点是函数极限的局部性质，柯西准则。

### 4. 教学内容

#### 第一节 函数极限的概念

1.  $x \rightarrow \infty$  时函数的极限
2.  $x \rightarrow x_0$  时函数的极限

## 第二节 函数极限的性质

1. 唯一性、局部有界性、局部保序性、保号性、迫敛性、函数极限的四则运算
2. 复合函数的极限

## 第三节 函数极限存在的条件

1. Heine 归结原则
2. 单侧极限存在定理
3. Cauchy 收敛准则

## 第四节 两个重要的极限

1. 证明  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
2. 证明  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$

## 第五节 无穷大量与无穷小量

1. 无穷小量
2. 无穷小量阶的比较
3. 无穷大量
4. 曲线的渐近线

# 第四章 函数的连续性

## 1. 教学基本要求

理解函数连续、间断点的概念，深刻理解一致连续的概念，了解初等函数连续性。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

牢固掌握函数在一点处连续的定义的二种形式。深刻理解单侧连续的定义及间断点的概念及其分类。深刻理解“一致连续”的概念，理解“连续”是微观概念；“一致连续”是宏观概念；掌握闭区间上连续函数的基本性质。掌握一般连续的逻辑非命题是非命题及其在具体问题中的应用。了解初等函数在其定义域内的连续性。了解初等函数在其定义域内的连续性。

## 3. 教学重点和难点

教学重点是连续性的概念，闭区间上连续函数的基本性质，一致连续性。教学难点是一致连续性。

## 4. 教学内容

### 第一节 连续性概念

1. 函数在一点的连续性
2. 间断点及其分类
3. 区间上的连续函数

### 第二节 连续函数的性质

1. 连续函数的局部性质
2. 闭区间上连续函数的基本性质
3. 反函数的连续性
4. 一致连续性

### 第三节 初等函数连续性

1. 指数函数的连续性
2. 初等函数的连续性

## 第五章 导数和微分

### 1. 教学基本要求

理解函数导数和微分的定义和几何意义，熟练掌握求导和求微分的方法。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

深刻理解导数的定义与几何意义。深刻理解微分的定义与几何解释；以及一阶微分形式不变性的确切含义。熟练掌握求导，求微分的方法。掌握用单侧导数的定义求出函数在一些特殊点处的导数，掌握说明函数在该点的导数不存在的方法。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是导数的定义与几何意义；求导法则；参变量函数的导数；高阶导数；微分。教学难点是反函数的导数；复合函数的导数；参变量函数的导数；高阶导数；微分在近似计算中的应用。

### 4. 教学内容

#### 第一节 导数的概念

1. 导数的定义
2. 导函数
3. 导数的几何意义

#### 第二节 求导法则

1. 导数的四则运算
2. 反函数的导数
3. 复合函数的导数
4. 基本求导法则与公式

#### 第三节 参变量函数的导数

1. 参变量函数的导数及高阶导数

#### 第四节 高阶导数

1. 高阶导数的定义和运算
2. Leibniz 公式

#### 第五节 微分

1. 微分的概念
2. 微分的运算法则
3. 高阶微分
4. 微分在近似计算中的应用

#### 四、学时分配

##### 1. 讲授内容及学时分配

章序	内容	课时	备注
一	实数集与函数	10	
二	数列极限	13	
三	函数极限	15	
四	函数的连续性	13	
五	导数和微分	13	
合计		64	

##### 2. 实践内容及学时分配

序号	项目名称	内容提要	学时	必/选开
1	实数集与函数习题	1. 掌握集合相关概念 2. 掌握实数相关性质 3. 掌握函数基本性质	3	必做
2	数列极限习题	1. 掌握数列极限定义 2. 掌握数列极限的相关性质 3. 掌握数列子列相关性质	3	必做
3	函数极限习题	1. 理解函数极限的概念 2. 掌握函数极限的性质和存在条件 3. 熟练应用两个重要极限 4. 理解无穷大量和无穷小量	3	必做
4	函数连续性习题	1. 理解函数连续、间断点的概念 2. 深刻理解一致连续的概念 3. 了解初等函数连续性	3	必做
5	导数和微分习题	1. 理解函数导数和微分的定义和几何意义 2. 熟练掌握求导和求微分的方法	4	必做
合计			16	

## 五、主用教材及参考书

### (一) 主用教材:

《数学分析》(上、下册)(第四版) 主编: 华东师范大学数学系 出版社: 高等教育出版社 出版或修订时间: 2010 年。

### (二) 参考书:

1. 《数学分析》(上、下册)(第三版) 主编: 复旦大学数学系 出版社: 高等教育出版社 出版或修订时间: 1992 年。

2. 《数学分析》(上、下册)(第三版) 主编: 刘玉琏, 傅沛仁 出版社: 高等教育出版社 出版或修订时间: 1991 年。

3. 《数学分析习题课课程》(上、下册) 主编: 郑英元, 毛羽辉, 宋国栋等 出版社: 高等教育出版社 出版或修订时间: 1994 年。

4. 《数学分析习题集》 主编: 吉米多维奇 出版社: 高等教育出版社 出版或修订时间: 1982 年。

执笔: 韦毅华

审定: 张秦 梁桂珍